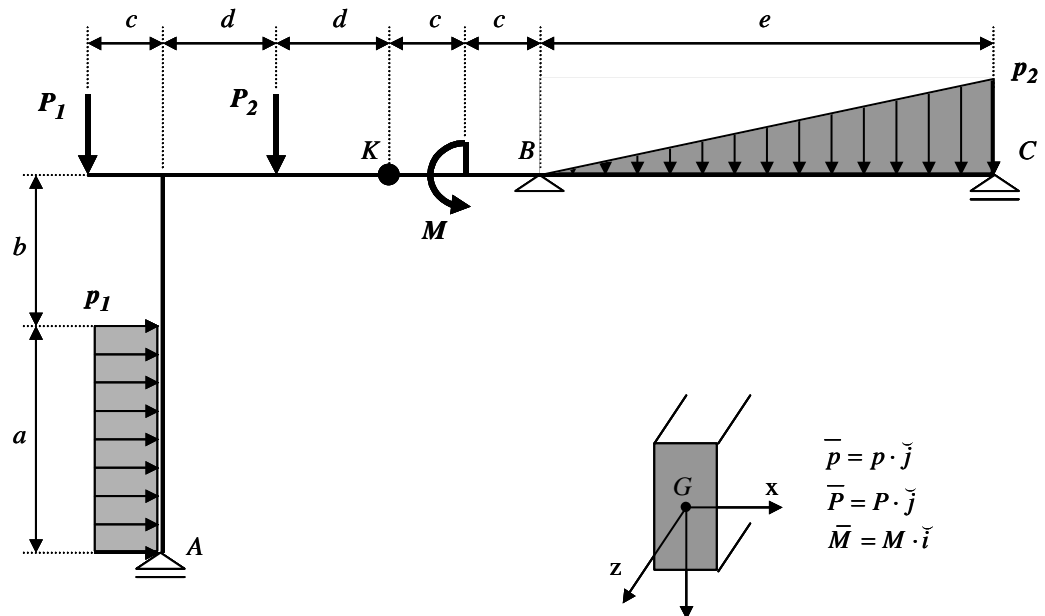


**Ejercicio N° 10- Enunciado**

Dado el sistema vinculado que se observa en la figura 10.1 y cuyos datos se indican en la tabla 10.1:



La línea de fuerzas  $m$  coincide con el eje  $y$  de la terna local, ubicada en la cara derecha. El sentido de las cargas también está referido a dicha terna.

**Figura 10.1**

$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$p_1$	$p_2$	$P_1$	$P_2$	$M$
$m$	$m$	$m$	$m$	$m$	$kN/m$	$kN/m$	$kN$	$kN$	$kN \cdot m$
3	2	1	1,5	6	10	20	15	30	80

**Tabla 10.1**

Se solicita:

1. Trazar los diagramas de esfuerzos característicos

**Ejercicio N° 10- Resolución****1. Trazado de los diagramas de esfuerzos característicos**

Antes de trazar los diagramas, debe realizarse el análisis del sistema y luego calcular las reacciones de vínculo.

**a. Análisis cinemático**

El sistema está constituido por dos chapas formadas por dos barras de eje recto y vinculadas entre sí mediante una articulación relativa  $K$ . El mismo posee 4 grados de libertad, al cual se le han impuesto 4 condiciones de vínculo externo; en consecuencia, se encuentra isostáticamente sustentado, siendo el problema estáticamente determinado.

Por otra parte, no existe configuración de vínculo aparente, pues la normal a la base del apoyo móvil en  $C$  no pasa por el apoyo fijo en  $B$  y, además, la normal a la base del apoyo móvil en  $A$  no pasa por la articulación  $K$ , lo cual está indicando que es un sistema cinemáticamente invariable.

**b. Cálculo de las reacciones de vínculo**

Debe realizarse el diagrama de cuerpo libre, asignando a las incógnitas sentidos arbitrarios. Luego, se plantean las tres ecuaciones generales de equilibrio, más una ecuación de condición de nulidad de momentos de las fuerzas que quedan a la izquierda de la articulación  $K$ . Se toma como referencia la denominada “Terna Global” donde el eje  $x$  es normal al plano  $yz$ .

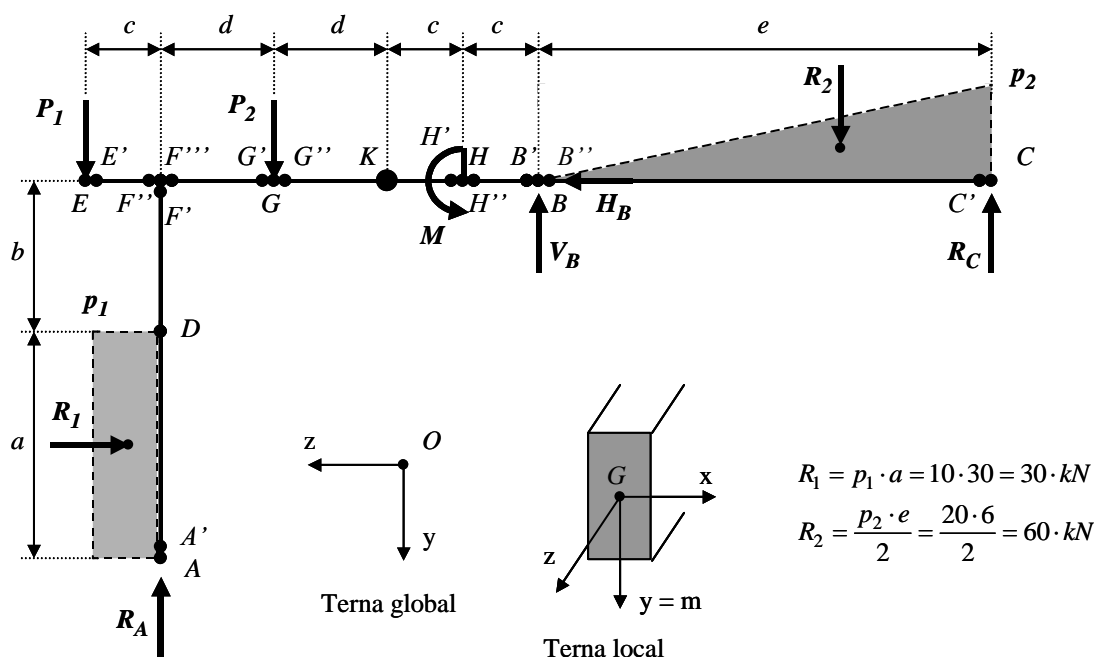


Figura 10.2

Planteo de las ecuaciones de equilibrio y cálculo de las reacciones de vínculo:

Planteando en primer lugar la ecuación de condición:

$$\sum_i M_{ix[izq]}^K = 0$$

$$R_A \cdot (2 \cdot d) - R_1 \cdot \left( \frac{a}{2} + b \right) - P_1 \cdot (c + 2 \cdot d) - P_2 \cdot d = 0$$

$$R_A = \frac{R_1 \cdot \left( \frac{a}{2} + b \right) + P_1 \cdot (c + 2 \cdot d) + P_2 \cdot d}{2 \cdot d}$$

$$R_A = \frac{30 \cdot \left( \frac{3}{2} + 2 \right) + 15 \cdot (1 + 2 \cdot 1,5) + 30 \cdot 1,5}{2 \cdot 1,5}$$

$$\mathbf{R_A = 70,0 \cdot kN}$$

$$\sum_i P_{iz} = 0$$

$$-R_1 + H_B = 0$$

$$H_B = R_1$$

$$\mathbf{H_B = 30,0 \cdot kN}$$

$$\sum_i M_{ix}^C = 0$$

$$R_A \cdot (2 \cdot d + 2 \cdot c + e) - R_1 \cdot \left( \frac{a}{2} + b \right) - P_1 \cdot (3 \cdot c + 2 \cdot d + e) - P_2 \cdot (d + 2 \cdot c + e) - M + V_B \cdot e - R_2 \cdot \frac{e}{3} = 0$$

$$V_B = \frac{-R_A \cdot (2 \cdot d + 2 \cdot c + e) + R_1 \cdot \left( \frac{a}{2} + b \right) + P_1 \cdot (3 \cdot c + 2 \cdot d + e) + P_2 \cdot (d + 2 \cdot c + e) + M + R_2 \cdot \frac{e}{3}}{e}$$

$$V_B = \frac{-70 \cdot (2 \cdot 1,5 + 2 \cdot 1 + 6) + 30 \cdot \left( \frac{3}{2} + 2 \right) + 15 \cdot (3 \cdot 1 + 2 \cdot 1,5 + 6) + 30 \cdot (1,5 + 2 \cdot 1 + 6) + 80 + 60 \cdot \frac{6}{3}}{6}$$

$$\mathbf{V_B = 0 \cdot kN}$$

$$\sum_i P_{iy} = 0$$

$$-R_A + P_1 + P_2 - V_B + R_2 - R_C = 0$$

$$R_C = -R_A + P_1 + P_2 - V_B + R_2$$

$$R_C = -70 + 15 + 30 - 0 + 60$$

$$\mathbf{R_C = 35,0 \cdot kN}$$

Al resultar los valores de las incógnitas positivas, significa que los sentidos adoptados coinciden con los reales

**c. Trazado de los diagramas**

Como cálculos auxiliares para su trazado, antes deben realizarse los pasos (1.1), (1.2) y (1.3).

**Cálculo de los esfuerzos de corte  $Q_{zy}$  en los puntos singulares**

$$Q_{zy(A')} = 0 \cdot kN$$

$$Q_{zy(D)} = R_1 = 30 \cdot kN$$

$$Q_{zy(F')} = Q_{zy(D)} = 30 \cdot kN$$

$$Q_{zy(E')} = P_1 = 15 \cdot kN$$

$$Q_{zy(F'')} = Q_{zy(E')} = 15 \cdot kN$$

$$Q_{zy(F''')} = Q_{zy(F'')} - R_A = 15 - 70 = -55 \cdot kN$$

$$Q_{zy(G')} = Q_{zy(F''')} = -55 \cdot kN$$

$$Q_{zy(G'')} = Q_{zy(G')} + P_2 = -55 + 30 = -25 \cdot kN$$

$$Q_{zy(K)} = Q_{zy(H)} = Q_{zy(B')} = Q_{zy(G'')} = -25 \cdot kN$$

$$Q_{zy(B'')} = Q_{zy(B')} + V_B = -25 + 0 = -25 \cdot kN$$

$$Q_{zy(C')} = Q_{zy(B'')} + R_2 = -25 + 60 = 35 \cdot kN$$

Verificándose que  $Q_{zy(C')}$  tiene el mismo valor absoluto y signo contrario que  $R_C$ , lo cual es correcto.

**1.1. Cálculo de los momentos flexores  $Mf_x$  en los puntos singulares**

$$Mf_{x(A)} = 0 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_{x(D)} = -R_1 \cdot \frac{a}{2} = -30 \cdot \frac{3}{2} = -45 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_{x(F')} = -R_1 \cdot \left( \frac{a}{2} + b \right) = -30 \cdot \left( \frac{3}{2} + 2 \right) = -105 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_{x(F'')} = -P_1 \cdot c = -15 \cdot 1 = -15 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_{x(F''')} = Mf_{x(F')} + Mf_{x(F'')} = -105 - 15 = -120 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_{x(G)} = -R_1 \cdot \left( \frac{a}{2} + b \right) + R_A \cdot d - P_1 \cdot (c + d) = -30 \cdot \left( \frac{3}{2} + 2 \right) + 70 \cdot 1,5 - 15 \cdot (1 + 1,5) = -37,5 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_{x(K)} = 0 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_{x(H')} = R_A \cdot (2 \cdot d + c) - R_1 \cdot \left( \frac{a}{2} + b \right) - P_1 \cdot (2 \cdot c + 2 \cdot d) - P_2 \cdot (c + d)$$

$$Mf_{x(H')} = 70 \cdot (2 \cdot 1,5 + 1) - 30 \cdot \left( \frac{3}{2} + 2 \right) - 15 \cdot (2 \cdot 1 + 2 \cdot 1,5) - 30 \cdot (1 + 1,5) = -55 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_{x(B)} = R_A \cdot (2 \cdot d + 2 \cdot c) - R_1 \cdot \left( \frac{a}{2} + b \right) - P_1 \cdot (3 \cdot c + 2 \cdot d) - P_2 \cdot (2 \cdot c + d) - M$$

$$Mf_{x(B)} = 70 \cdot (2 \cdot 1,5 + 2 \cdot 1) - 30 \cdot \left( \frac{3}{2} + 2 \right) - 15 \cdot (3 \cdot 1 + 2 \cdot 1,5) - 30 \cdot (2 \cdot 1 + 1,5) - 80 = -30 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_{x(C)} = 0 \cdot kN \cdot m$$

### 1.1. Cálculo de los esfuerzos normales $N_z$ en los puntos singulares

$$N_{z(A')} = -R_A = -70 \cdot \text{kN}$$

$$N_{z(F'')} = N_{z(E')} = 0 \cdot \text{kN}$$

$$N_{z(F''')} = -R_1 = -30 \cdot \text{kN}$$

$$N_{z(B')} = -H_B = -30 \cdot \text{kN}$$

$$N_{z(B'')} = 0 \cdot \text{kN}$$

$$N_{z(C)} = 0 \cdot \text{kN}$$

En la figura 10.3 se trazan los diagramas de esfuerzos característicos:

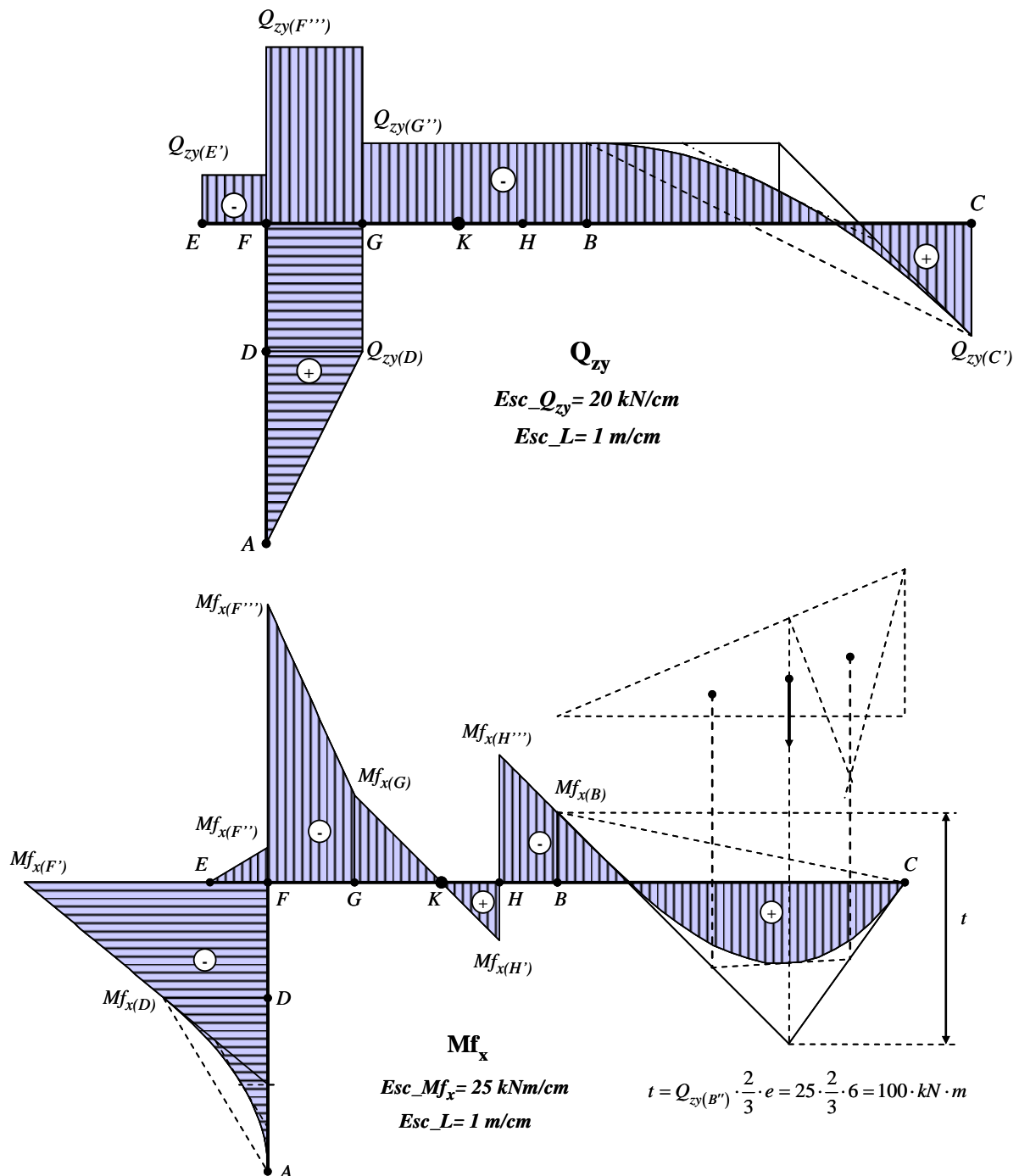


Figura 10.3

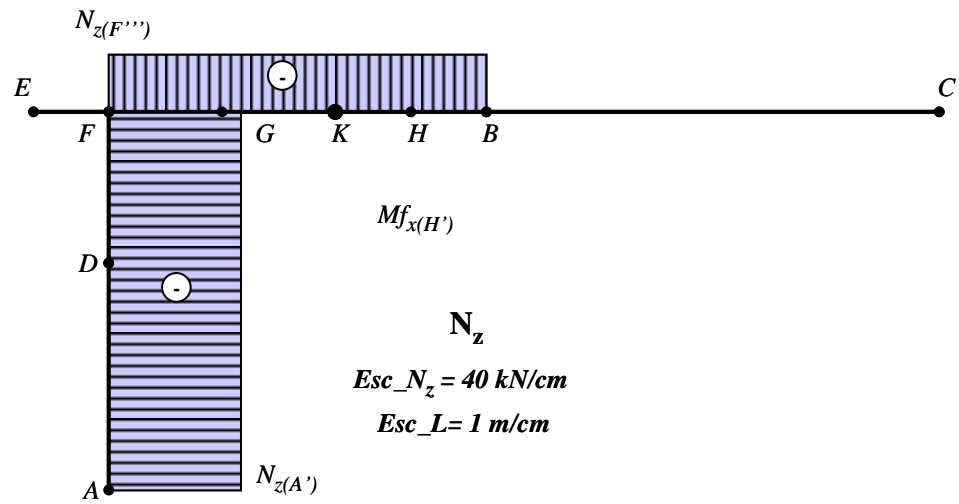


Figura 10.3 (continuación)